Обыкновенные дроби: диагностика ошибок в рассуждениях ученика

1. Ученик считает 3/8 больше 3/5, потому что 8 больше 5. Какой контрпример сохраняет одинаковое целое?

1. Сравнить только числа 8 и 5 на числовом луче
2. Взять восьмую часть большой полоски и пятую маленькой
3. Сравнить три восьмых и три пятых двух одинаковых полосок
4. Показать три полоски разной длины

Правильный ответ: Сравнить три восьмых и три пятых двух одинаковых полосок

2. При сокращении 21/35 ученик получил 3/7. Какой вопрос точнее обнаруживает нарушение?

1. Почему результат меньше единицы?
2. Почему числитель остался нечётным?
3. На одно ли число разделены числитель и знаменатель?
4. Почему знаменатель больше числителя?

Правильный ответ: На одно ли число разделены числитель и знаменатель?

3. Ученик утверждает: умножение всегда увеличивает положительное число. Какое вычисление опровергает это?

1. 6 × 3 = 18
2. 6 × 1 = 6
3. 6 + 1/3 = 19/3
4. 6 × 1/3 = 2

Правильный ответ: 6 × 1/3 = 2

4. Какой сюжет объясняет 3 : 1/4 без правила переворачивания дроби?

1. Какова четверть от трёх метров?
2. Сколько метров в трёх четвертях метра?
3. Сколько четвертей метра помещается в трёх метрах?
4. Сколько останется от трёх метров после отрезания четверти?

Правильный ответ: Сколько четвертей метра помещается в трёх метрах?

5. Ученик записал 2/3 + 1/6 = 3/9. Что учителю следует предложить первым для проверки суммы?

1. Умножить оба знаменателя на сумму числителей
2. Сложить числители ещё раз после сокращения
3. Заменить обе дроби их обратными
4. Представить обе части в шестых долях одного целого

Правильный ответ: Представить обе части в шестых долях одного целого

6. В ответ на 5/4 ученик говорит, что такой дроби не бывает. Какая модель опровергает утверждение?

1. Пятая часть одного квадрата
2. Четыре части пяти разных по размеру листов
3. Пять четвертей, выложенных из двух одинаковых единичных полосок
4. Пять произвольных кусочков одной полоски

Правильный ответ: Пять четвертей, выложенных из двух одинаковых единичных полосок

7. Ученик сокращает (x + 4)/x до 4 при x ≠ 0. Какой подстановки достаточно для опровержения?

1. x = 1: исходное выражение равно 4
2. x = 0: исходное выражение равно 4
3. x = 2: исходное выражение равно 3
4. x = 4: исходное выражение равно 4

Правильный ответ: x = 2: исходное выражение равно 3

8. Как проверить, понимает ли ученик равенство 4/7 = 12/21, а не только узнаёт запись?

1. Попросить назвать большее из чисел 7 и 21
2. Попросить объяснить разбиение каждой седьмой доли на три равные части
3. Попросить заменить знак равенства на стрелку
4. Попросить прочитать знаменатели по порядку

Правильный ответ: Попросить объяснить разбиение каждой седьмой доли на три равные части

9. Ученик ищет обратное число для 0. Какой ответ математически корректен?

1. Обратного числа нет, поскольку произведение на 0 не равно 1
2. Обратное число равно −1
3. Обратное число равно 0
4. Обратное число равно 1

Правильный ответ: Обратного числа нет, поскольку произведение на 0 не равно 1

10. На луче отмечены 0 и 1, между ними три внутренние равноотстоящие отметки. Где находится 3/4?

1. На первой внутренней отметке
2. На второй внутренней отметке
3. На третьей внутренней отметке от нуля
4. На отметке 1

Правильный ответ: На третьей внутренней отметке от нуля